Language: Azerbaijani

Çərşənbə, 10 May, 2023

Məsələ 1. Bütün elə $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funksiyalarını tapın ki, ixtiyari $x, y \in \mathbb{R}$,

$$xf(x + f(y)) = (y - x)f(f(x)).$$

Məsələ 2. ABC üçbucağının daxilinə çəkilmiş çevrə BC, CA, AB tərəflərinə uyğun olaraq D, E, F nöqtələrində toxunur. EF düz xətti üzərində elə X nöqtəsi götürülmüşdür ki,

$$\angle XBC = \angle XCB = 45^\circ.$$

M nöqtəsi ABC üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevrənin A daxil olmayan BC qövsünün orta nöqtəsidir. İsbat edin ki, MD düz xətti E və ya F nöqtələrinin birindən keçir.

Məsələ 3. Hər bir müsbət tam n ədədi üçün $\omega(n)$ ilə n-in müxtəlif sadə bölənlərinin sayını işarə edək (məsələn, $\omega(1) = 0$ və $\omega(12) = 2$). Bütün elə tam əmsallı $P(x)$ çoxhədlilərini tapın ki, n müsbət tam ədədi $\omega(n) > 2023^{2023}$ şərtini ödəyirsə, onda $P(n)$ də

$$\omega(n) \geq \omega(P(n))$$

şərtini ödəyən müsbət tam ədəd olar.

Məsələ 4. Verilmiş şərti ödəyən ən böyük $k \leq 2023$ tam ədədini tapın: Alisa $\{1, 2, \ldots, 2023\}$ çoxluğunun tam olaraq k ədədini qırmızı ilə necə rəngləyir rəngləsin, Bob geri qalan rənglənməmiş ədədlərdən bəzilərini mavi ilə elə rəngləyə bilər ki, qırmızı ilə rənglənmiş ədədlərin cəmi mavi ilə rənglənmiş ədədlərin cəminə bərabər olsun.

İmtahan müddəti 4 saat 30 dəqiqədir
Hər bir sual 10 bal ilə qiymətləndirilir