

ოთხშაბათი, 10 მაისი, 2023

ამოცანა 1. იპოვეთ ყველა ფუნქცია $f: R \rightarrow R$, რომლისთვისაც ნებისმიერი $x, y \in R$,

$$xf(x + f(y)) = (y - x)f(f(x))$$

ამოცანა 2. სამკუთხედ ABC -ში, ჩახაზული წრეწირი გვერდებს BC, CA, AB ეხება D, E, F წერტილებში, შესაბამისად. დავუშვათ, არსებობს X წერტილი EF წრფეზე ისეთი, რომ

$$\angle XBC = \angle XCB = 45^\circ$$

M არის BC რკალის შუაწერტილი ABC -ზე შემოხაზულ წრეწირზე, რომელიც არ შეიცავს A წერტილს. დაამტკიცეთ, რომ MD წრფე გადის ან E ან F წერტილზე.

ამოცანა 3. ნებისმიერი დადებითი მთელი n რიცხვისთვის, $\omega(n)$ -ით აღვნიშნოთ n -ს განსხვავებული მარტივი გამყოფების რაოდენობა (მაგალითად, $\omega(1) = 0$, $\omega(12) = 2$). იპოვეთ ყველა მთელ კოეფიციენტებიანი პოლინომი $P(x)$, რომლისთვისაც მაშინ როცა n არის დადებითი მთელი რიცხვი, რომლისთვისაც $\omega(n) > 2023^{2023}$, მაშინ $P(n)$ -ც მთელი დადებითი რიცხვია და სამართლიანი უნდა იყოს

$$\omega(n) \geq \omega(P(n))$$

ამოცანა 4. იპოვეთ უდიდესი მთელი რიცხვი $k \leq 2023$, რომლისთვისაც სამართლიანია: მაშინ როცა ალისი შეღებავს ზუსტად k -ცალ რიცხვს წითლად $\{1, 2, \dots, 2023\}$ სიმრავლიდან, ბობს უნდა შეეძლოს დანარჩენ შეუღებავ რიცხვებს შორის ზოგის ლურჯად შეღებვა ისე, რომ ლურჯი რიცხვების ჯამი ტოლი უნდა იყოს წითელი რიცხვების ჯამის.

დრო არის 4 საათი და 30 წუთი

თითოეული პრობლემა ფასდება 10 ქულით