Задача 1. Определи ги сите функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такви што за сите $x, y \in \mathbb{R}$ важи:

$$xf(x + f(y)) = (y - x)f(f(x)).$$

Задача 2. Во триаголникот ABC, впишаната кружница ги допира страните BC, CA, AB во D, E, F, соодветно. Да претпоставиме дека постои точка X на правата EF таква што

$$\angle XBC = \angle XCB = 45^\circ.$$

Нека M е средината на лакот BC од опишаната кружница на ABC, што не ја содржи точката A. Докажи дека правата MD минува низ E или F.

Задача 3. За секој позитивен цел број n, со $\omega(n)$ го означуваме бројот на различни прости делители на n (на пример, $\omega(1) = 0$ и $\omega(12) = 2$). Определи ги сите полиноми $P(x)$ со целобројни коефициенти, така што секогаш кога n е позитивен цел број што задоволува $\omega(n) > 2023^{2023}$, тогаш $P(n)$ исто така е позитивен цел број таков што

$$\omega(n) \geq \omega(P(n)).$$

Задача 4. Најди го најголемиот цел број $k \leq 2023$ за кој важи следново: секогаш кога Ана обои точно k броеви од множеството $\{1, 2, \ldots, 2023\}$ во црвено, Бојан може да обои некои од преостанатите необоени броеви во сино, така што збирот на црвените броеви е ист како и збирот на сините броеви.