

Задатак 1. Наћи све функције $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такве да за све $x, y \in \mathbb{R}$ важи

$$xf(x + f(y)) = (y - x)f(f(x)).$$

Задатак 2. Нека у троуглу ABC уписана кружница додирује странице BC , CA и AB у тачкама D , E и F , редом. Претпоставимо да постоји тачка X на правој EF таква да је

$$\sphericalangle XBC = \sphericalangle XCB = 45^\circ.$$

Означимо са M средиште лука BC , који не садржи тачку A , кружнице описане око троугла ABC . Доказати да права MD садржи тачку E или тачку F .

Задатак 3. За сваки природан број n означимо са $\omega(n)$ број различитих простих делилаца од n (на пример: $\omega(1) = 0$, $\omega(12) = 2$). Наћи све полиноме $P(x)$ са целим бројним коефицијентима, такве да кад год је n природан број који задовољава услов $\omega(n) > 2023^{2023}$, онда је $P(n)$, такође, природан број који задовољава

$$\omega(n) \geq \omega(P(n)).$$

Задатак 4. Наћи највећи цео број k , $k \leq 2023$, за који важи: кад год Даница обоји тачно k бројева скупа $\{1, 2, \dots, 2023\}$ у црвено, Вукашин може обојити неке од преосталих необојених бројева у плаво, тако да је збир црвених бројева једнак збиру плавих бројева.