

**Soru 1.** Her  $x, y \in \mathbb{R}$  için,

$$xf(x + f(y)) = (y - x)f(f(x))$$

koşulunu sağlayan tüm  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonlarını bulunuz.

**Soru 2.**  $ABC$  üçgeninin iç teğet çemberi  $BC, CA, AB$  kenarlarına sırasıyla  $D, E, F$  noktalarında teğettir.  $EF$  doğrusu üzerinde bulunan bir  $X$  noktası için,

$$\angle XBC = \angle XCB = 45^\circ$$

eşitliğinin sağlandığını varsayalım.  $ABC$  üçgeninin çevrel çemberinde  $A$  noktasını içermeyen  $BC$  yayının orta noktası  $M$  olsun.  $MD$  doğrusunun  $E$  veya  $F$  noktasından geçtiğini gösteriniz.

**Soru 3.** Her  $n$  pozitif tam sayısı için  $\omega(n)$  ile  $n$  nin farklı asal bölenlerinin sayısını gösterelim (örneğin,  $\omega(1) = 0$  ve  $\omega(12) = 2$ ). Aşağıdaki koşulu sağlayan tüm tam sayı katsayılı  $P(x)$  polinomlarını bulunuz:

$\omega(n) > 2023^{2023}$  koşulunu sağlayan her  $n$  pozitif tam sayısı için,  $P(n)$  de pozitif tam sayıdır ve

$$\omega(n) \geq \omega(P(n))$$

eşitsizliği sağlanmaktadır.

**Soru 4.** Aşağıdaki koşulu sağlayan en büyük  $k \leq 2023$  tam sayısını bulunuz:

Melek,  $\{1, 2, \dots, 2023\}$  kümesinden tam olarak  $k$  adet sayıyı kırmızıya nasıl boyarsa boyarsın, Sena kalan boyanmamış sayılardan bazılarını maviye; kırmızı sayıların toplamı mavi sayıların toplamına eşit olacak biçimde boyayabilir.