

Masala 1. Barcha $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funksiyalarni toping bunda barcha $x, y \in \mathbb{R}$ lar uchun quyidagi tenglik o'rinli bo'lsin,

$$xf(x + f(y)) = (y - x)f(f(x)).$$

Masala 2. ABC uchburchakda ichki chizilgan aylana BC, CA, AB tomonlariga mos ravishda D, E, F nuqtalarda urinadi. Faraz qilaylik EF to'g'ri chiziqda shunday X nuqta mavjudki bunda

$$\angle XBC = \angle XCB = 45^\circ.$$

ABC uchburchakka tashqi chizilgan aylananing A nuqtani o'z ichiga olmagan BC yoyining o'rtasi M nuqta bo'lsin. MD to'g'ri chiziq E yoki F nuqtadan o'tishini isbotlang.

Masala 3. Har bir n musbat butun son uchun $\omega(n)$ bilan n ning har xil tub bo'luvchilar sonini belgilaymiz (misol uchun, $\omega(1) = 0$ va $\omega(12) = 2$). Butun koeffitsiyentli barcha $P(x)$ ko'phadlarni toping bunda, barcha $\omega(n) > 2023^{2023}$ ni qanoatlantiruvchi n musbat butun sonlar uchun $P(n)$ ham musbat son va quyidagini qanoatlantiradi

$$\omega(n) \geq \omega(P(n)).$$

Masala 4. Quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $k \leq 2023$ ning eng katta butun qiymatini toping: Muslima $\{1, 2, \dots, 2023\}$ to'plamdagi aynan k ta sonlarni qizil rangga qanday bo'yashidan qat'iy nazar, Umar qolgan bo'yalmagan sonlardan bir nechtasini ko'k ranga shunday bo'yashi mumkinki qizil rangdagi sonlar yig'indisi ko'k rangdagi sonlar yig'indisiga teng bo'lsin.